Bevezetés az informatikába

7. előadás

Dr. Istenes Zoltán

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Informatikai Kar
Programozáselmélet és Szoftvertechnológiai Tanszék

Matematikus BSc - I. félév / 2008 / Budapest

1. Összegzés, számlálás
2. Maximumkeresés, feltételes maximumkeresés, lineáris keresés
3. Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása
4. Elemenkénti feldolgozás - összefésülés
5. további "programozási tételek"

Elemi programok, programszerkezetek

Elemi programok

Üres program - SKIP

SKIP

Rossz program - ABORT

ABORT

Értékadás

x,y:=y,x

Programszerkezetek

Szekvencia

S1
S2

Elágazás

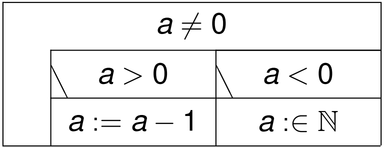
$f1$	$\cdots$	fn
$S1$	$\cdots$	Sn

Ciklus

cf	
	S

Példa

$a \in \mathbb{Z}$



Hogyan működik a program ?

"programozási tételek"

"programozási tételek"

- gyakran használt, egyszerű "programozási minták"
- helyes működésük "bizonyított"

- Összegzés
- Számlálás
- Feltételes maximumkeresés
- Lineáris keresés
- Lineáris keresés intervallumon
- Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása
- további "programozási tételek"
  - logaritmikus keresés
  - visszalépéses keresés
  - elemenkénti feldolgozás
  - ...

Tartalom

Összegzés

Adott az $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvény. Összegezzük (s) a $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

$k, s := m - 1, 0$	
$k \neq n$	
	$s := s + f(k+1)$
	$k := k + 1$

Összegzés

Adott az $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvény. Összegezzük (s) a $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

$k, s := m - 1, 0$	
$k \neq n$	
	$s := s + f(k + 1)$
	$k := k + 1$

Összegzés

Adott az $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvény. Összegezzük (s) a $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

$$k, s := m - 1, 0$$

$$k \neq n$$

$$s := s + f(k + 1)$$
$$k := k + 1$$

Összegzés

Adott az $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvény. Összegezzük (s) a $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

<table>
<tr><td colspan="2">$k, s := m - 1, 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$k \neq n$</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>$s := s + f(k + 1)$</td></tr>
<tr><td>$k := k + 1$</td></tr>
</table>

Összegzés - példa

Adott az $f(x) = x^2$ függvény. Összegezzük (s) a $[1..100] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

$k, s := 0, 0$
$k \neq 100$
$s := s + (k + 1)^2$
$k := k + 1$

$k, s := m - 1, 0$
$k \neq n$
$s := s + f(k + 1)$
$k := k + 1$

Összegzés - példa

Adott az $f(x) = x^2$ függvény. Összegezzük (s) a $[1..100] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

$k, s := 0, 0$
$k \neq 100$
$\quad s := s + (k+1)^2$
$\quad k := k + 1$

$k, s := m - 1, 0$
$k \neq n$
$\quad s := s + f(k+1)$
$\quad k := k + 1$

Összegzés - példa

Adott az $f(x) = x^2$ függvény. Összegezzük (s) a $[1..100] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$$
$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$$
$$R = (Q \wedge s = \textstyle\sum_{i=m}^{n} f(i))$$

$k, s := 0, 0$
$k \neq 100$
$s := s + (k+1)^2$
$k := k + 1$

$k, s := m - 1, 0$
$k \neq n$
$s := s + f(k+1)$
$k := k + 1$

Összegzés - példa

Adott az $f(x) = x^2$ függvény. Összegezzük (s) a $[1..100] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény értékeit.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, s : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

$k, s := 0, 0$	
$k \neq 100$	
	$s := s + (k + 1)^2$
	$k := k + 1$

$k, s := m - 1, 0$	
$k \neq n$	
	$s := s + f(k + 1)$
	$k := k + 1$

Számlálás

Adott a $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol
$\chi(igaz) = 1$ és
$\chi(hamis) = 0$

Számlálás

Adott a $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$

$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$

$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol

$\chi(igaz) = 1$ és

$\chi(hamis) = 0$

$k, d := m - 1, 0$

$k \neq n$

$\beta(k + 1)$

$d := d + 1$	$SKIP$

$k := k + 1$

Számlálás

Adott a $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$

$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$

$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol

$\chi(igaz) = 1$ és

$\chi(hamis) = 0$

$k, d := m - 1, 0$

$k \neq n$

$\beta(k + 1)$

$d := d + 1$	$SKIP$

$k := k + 1$

Számlálás

Adott a $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$

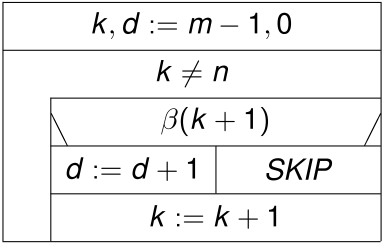
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$

$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol

$\chi(igaz) = 1$ és

$\chi(hamis) = 0$



Számlálás - példa

Számoljuk meg (d), hány 7-el oszhtató szám van a 100..200 intervallumban ! Adott a $\beta(x) = (7|x = 0)$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[100..200] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol
$\chi(igaz) = 1$ és
$\chi(hamis) = 0$

$k, d := 99, 0$		
$k \neq 200$		
	$7\|(k+1) = 0$	
	$d := d + 1$	$SKIP$
	$k := k + 1$	

$k, d := m - 1, 0$		
$k \neq n$		
	$\beta(k+1)$	
	$d := d + 1$	$SKIP$
	$k := k + 1$	

Számlálás - példa

Számoljuk meg (d), hány 7-el oszhtató szám van a 100..200 intervallumban ! Adott a $\beta(x) = (7|x = 0)$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[100..200] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \rightarrow \{0, 1\}$ ahol
$\chi(igaz) = 1$ és
$\chi(hamis) = 0$

$k, d := 99, 0$	
$k \neq 200$	
$7\|(k + 1) = 0$	
$d := d + 1$	$SKIP$
$k := k + 1$	

$k, d := m - 1, 0$	
$k \neq n$	
$\beta(k + 1)$	
$d := d + 1$	$SKIP$
$k := k + 1$	

Számlálás - példa

Számoljuk meg (d), hány 7-el oszhtató szám van a 100..200 intervallumban ! Adott a $\beta(x) = (7|x = 0)$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[100..200] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$
$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol
$\chi(igaz) = 1$ és
$\chi(hamis) = 0$

$k, d := 99, 0$
$k \neq 200$
$7|(k+1) = 0$
$d := d + 1$ | $SKIP$
$k := k + 1$

$k, d := m - 1, 0$
$k \neq n$
$\beta(k+1)$
$d := d + 1$ | $SKIP$
$k := k + 1$

Számlálás - példa

Számoljuk meg (d), hány 7-el oszhtató szám van a 100..200 intervallumban ! Adott a $\beta(x) = (7|x = 0)$ egész számokon értelmezett logikai függvény. Számoljuk meg (d), hány helyen igaz β az $[100..200] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban.

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, d : \mathbb{N}_0)$

$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$

$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^{n} \chi(\beta(i)))$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ahol

$\chi(igaz) = 1$ és

$\chi(hamis) = 0$

$k, d := 99, 0$	
$k \neq 200$	
$7\|(k+1) = 0$	
$d := d + 1$	$SKIP$
$k := k + 1$	

$k, d := m - 1, 0$	
$k \neq n$	
$\beta(k+1)$	
$d := d + 1$	$SKIP$
$k := k + 1$	

Tartalom

Maximumkeresés

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges rendezett halmaz és $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény maximumát (max), és egy olyan helyét ahol azt a maximumértéket felveszi (i).

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, max : \mathbb{H})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n)$
$R = (Q \wedge i \in [m..n] \wedge max = f(i) \wedge \forall j \in [m..n] : f(j) \leq f(i))$

$i, k, max := m, m, f(m)$	
$k \neq n$	
$f(k+1) \geq max$	$f(k+1) \leq max$
$i, max := k+1, f(k+1)$	$SKIP$
$k := k+1$	

Maximumkeresés

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges rendezett halmaz és $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény maximumát (max), és egy olyan helyét ahol azt a maximumértéket felveszi (i).

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, max : \mathbb{H})$
$Q = (m = m' \land n = n' \land m \leq n)$
$R = (Q \land i \in [m..n] \land max = f(i) \land \forall j \in [m..n] : f(j) \leq f(i))$

$i, k, max := m, m, f(m)$

$k \neq n$

$f(k+1) \geq max$	$f(k+1) \leq max$
$i, max := k+1, f(k+1)$	$SKIP$

$k := k+1$

Maximumkeresés

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges rendezett halmaz és $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény maximumát (max), és egy olyan helyét ahol azt a maximumértéket felveszi (i).

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, max : \mathbb{H})$
$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n)$
$R = (Q \wedge i \in [m..n] \wedge max = f(i) \wedge \forall j \in [m..n] : f(j) \leq f(i))$

<table>
<tr><td colspan="3">$i, k, max := m, m, f(m)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$k \neq n$</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>$f(k+1) \geq max$</td><td>$f(k+1) \leq max$</td></tr>
<tr><td>$i, max := k+1, f(k+1)$</td><td>$SKIP$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$k := k+1$</td></tr>
</table>

Maximumkeresés

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges rendezett halmaz és $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban az f függvény maximumát (max), és egy olyan helyét ahol azt a maximumértéket felveszi (i).

$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, max : \mathbb{H})$
$Q = (m = m' \land n = n' \land m \leq n)$
$R = (Q \land i \in [m..n] \land max = f(i) \land \forall j \in [m..n] : f(j) \leq f(i))$

<table>
<tr><td colspan="3">$i, k, max := m, m, f(m)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$k \neq n$</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>$f(k+1) \geq max$</td><td>$f(k+1) \leq max$</td></tr>
<tr><td>$i, max := k+1, f(k+1)$</td><td>$SKIP$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$k := k+1$</td></tr>
</table>

Lineáris keresés

Adott $\beta : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint az adott $m \in \mathbb{Z}$ szám.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge \exists j \geq m : \beta(j))$
$R = (Q \wedge i \geq m \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := m$
$\neg\beta(i)$
$i := i + 1$

Lineáris keresés

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint az adott $m \in \mathbb{Z}$ szám.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge \exists j \geq m : \beta(j))$
$R = (Q \wedge i \geq m \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := m$	
$\neg\beta(i)$	
	$i := i + 1$

Lineáris keresés

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint az adott $m \in \mathbb{Z}$ szám.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge \exists j \geq m : \beta(j))$
$R = (Q \wedge i \geq m \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j))$

Lineáris keresés

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint az adott $m \in \mathbb{Z}$ szám.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge \exists j \geq m : \beta(j))$
$R = (Q \wedge i \geq m \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := m$

$\neg\beta(i)$

$i := i + 1$

Lineáris keresés - példa

Keressük azt a legkisebb *i* számot ami, 123-nál nagyobb, és $(100|i) = 0$!

Adott $\beta(x) = ((100|x) = 0)$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint 123.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge \exists j \geq 123 : \beta(j))$
$R = (Q \wedge i \geq 123 \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [123..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := 123$
$(100\|i) \neq 0$
$i := i + 1$

$i := m$
$\neg\beta(i)$
$i := i + 1$

Lineáris keresés - példa

Keressük azt a legkisebb i számot ami, 123-nál nagyobb, és $(100|i) = 0$!
Adott $\beta(x) = ((100|x) = 0)$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint 123.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \land \exists j \geq 123 : \beta(j))$
$R = (Q \land i \geq 123 \land \beta(i) \land \forall j \in [123..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := 123$
$(100\|i) \neq 0$
$i := i + 1$

$i := m$
$\neg\beta(i)$
$i := i + 1$

Lineáris keresés - példa

Keressük azt a legkisebb i számot ami, 123-nál nagyobb, és $(100|i) = 0$!
Adott $\beta(x) = ((100|x) = 0)$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint 123.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \wedge \exists j \geq 123 : \beta(j))$
$R = (Q \wedge i \geq 123 \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [123..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := 123$
$(100\|i) \neq 0$
$i := i + 1$

$i := m$
$\neg\beta(i)$
$i := i + 1$

Lineáris keresés - példa

Keressük azt a legkisebb *i* számot ami, 123-nál nagyobb, és $(100|i) = 0$!
Adott $\beta(x) = ((100|x) = 0)$ tulajdonság. Keressük azt a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i), amely nem kisebb mint 123.

$A = (m : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z})$
$Q = (m = m' \land \exists j \geq 123 : \beta(j))$
$R = (Q \land i \geq 123 \land \beta(i) \land \forall j \in [123..i-1] : \neg\beta(j))$

$i := 123$
$(100\|i) \neq 0$
$i := i + 1$

$i := m$
$\neg\beta(i)$
$i := i + 1$

Lineáris keresés intervallumon

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban, ha létezik (l), a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i).

$$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, l : \mathbb{L})$$
$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$$
$$R = (Q \wedge l = (\exists j \in [m..n] : \beta(j)) \wedge$$
$$l \to (i \in [m..n] \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j)))$$

$$i, l := m - 1, \downarrow$$
$$\neg l \wedge i \neq n$$
$$l := \beta(i + 1)$$
$$i := i + 1$$

Lineáris keresés intervallumon

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban, ha létezik (l), a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i).

$$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, l : \mathbb{L})$$
$$Q = (m = m' \land n = n' \land m \leq n + 1)$$
$$R = (Q \land l = (\exists j \in [m..n] : \beta(j)) \land$$
$$l \to (i \in [m..n] \land \beta(i) \land \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j)))$$

<table>
<tr><td colspan="2">$i, l := m - 1, \downarrow$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\neg l \land i \neq n$</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>$l := \beta(i+1)$</td></tr>
<tr><td>$i := i + 1$</td></tr>
</table>

Lineáris keresés intervallumon

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban, ha létezik (l), a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i).

$$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, l : \mathbb{L})$$
$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$$
$$\begin{aligned} R = (Q \wedge l = (\exists j \in [m..n] : \beta(j)) \wedge \\ l \to (i \in [m..n] \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j))) \end{aligned}$$

$i, l := m - 1, \downarrow$

$\neg l \wedge i \neq n$

$l := \beta(i + 1)$

$i := i + 1$

Lineáris keresés intervallumon

Adott $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ tulajdonság. Keressük az $[m..n] \subset \mathbb{Z}$ intervallumban, ha létezik (l), a legkisebb β tulajdonságú egész számot (i).

$$A = (m : \mathbb{Z}, n : \mathbb{Z}, i : \mathbb{Z}, l : \mathbb{L})$$

$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$$

$$R = (Q \wedge l = (\exists j \in [m..n] : \beta(j)) \wedge$$
$$l \to (i \in [m..n] \wedge \beta(i) \wedge \forall j \in [m..i-1] : \neg\beta(j)))$$

$i, l := m - 1, \downarrow$

$\neg l \wedge i \neq n$

    $l := \beta(i + 1)$

    $i := i + 1$

Tartalom

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges halmaz, $k > 0$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H}^k \to \mathbb{H}$,
$t_0, t_{-1}, ..., t_{-k+1} \in \mathbb{H}$ rögzített. Legyen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény :

$$\begin{aligned} f(0) &= t_0 \\ f(-1) &= t_{-1} \\ ... &= ... \\ f(-k+1) &= t_{-k+1} \end{aligned}$$

és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i), ..., f(i-k+1))$
Határozzuk meg az f függvény $n \geq 0$ helyen felvett értékét(y).
$A = (n : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$
$Q = (n = n' \wedge n \geq 0)$
$R = (Q \wedge y = f(n))$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges halmaz, $k > 0$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H}^k \to \mathbb{H}$,
$t_0, t_{-1}, ..., t_{-k+1} \in \mathbb{H}$ rögzített. Legyen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény :

$$\begin{aligned} f(0) &= t_0 \\ f(-1) &= t_{-1} \\ ... &= ... \\ f(-k+1) &= t_{-k+1} \end{aligned}$$

és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i), ..., f(i-k+1))$
Határozzuk meg az f függvény $n \geq 0$ helyen felvett értékét(y).
$A = (n : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$
$Q = (n = n' \land n \geq 0)$
$R = (Q \land y = f(n))$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása

Adott $\mathbb{H}$ tetszőleges halmaz, $k > 0$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H}^k \to \mathbb{H}$, $t_0, t_{-1}, ..., t_{-k+1} \in \mathbb{H}$ rögzített. Legyen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény :

$$\begin{aligned} f(0) &= t_0 \\ f(-1) &= t_{-1} \\ ... &= ... \\ f(-k+1) &= t_{-k+1} \end{aligned}$$

és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i), ..., f(i-k+1))$
Határozzuk meg az f függvény $n \geq 0$ helyen felvett értékét(y).
$A = (n : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$
$Q = (n = n' \wedge n \geq 0)$
$R = (Q \wedge y = f(n))$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása

Határozzuk meg az f függvény $n \geq 0$ helyen felvett értékét.

$A = (n : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$

$Q = (n = n' \land n \geq 0)$

$R = (Q \land y = f(n))$

$i, y, y_{-1}, ..., y_{-k+1} := 0, t_0, t_{-1}, ..., t_{-k+1}$
$i \neq n$
$y, y_{-1}, ..., y_{-k+1} := F(i+1, y, ..., y_{-k+1}), y, ..., y_{-k+2}$
$i := i + 1$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása

Határozzuk meg az f függvény $n \geq 0$ helyen felvett értékét.

$A = (n : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$
$Q = (n = n' \wedge n \geq 0)$
$R = (Q \wedge y = f(n))$

$i, y, y_{-1}, ..., y_{-k+1} := 0, t_0, t_{-1}, ..., t_{-k+1}$	
$i \neq n$	
	$y, y_{-1}, ..., y_{-k+1} := F(i+1, y, ..., y_{-k+1}), y, ..., y_{-k+2}$
	$i := i + 1$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása - példa

Számoljuk ki 5 faktoriálisának az értékét !

Legyen $k = 1$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H} \to \mathbb{H}$, $t_0 \in \mathbb{H}$ rögzített, $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény : $f(0) = 1$ és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i))$, $f(i+1) = (i+1) * f(i)$, $F(a, b) = a * b$

Határozzuk meg az f függvény $5 \geq 0$ helyen felvett értékét.

$A = (5 : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$, $Q = (5 \geq 0)$, $R = (Q \wedge y = f(5))$

$i, y := 0, 1$
$i \neq 5$
$y := (i+1) * y$
$i := i + 1$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása - példa

Számoljuk ki 5 faktoriálisának az értékét !
Legyen $k = 1$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H} \to \mathbb{H}$, $t_0 \in \mathbb{H}$ rögzített, $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény :
$f(0) = 1$ és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i))$, $f(i+1) = (i+1) * f(i)$,
$F(a, b) = a * b$
Határozzuk meg az f függvény $5 \geq 0$ helyen felvett értékét.
$A = (5 : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$, $Q = (5 \geq 0)$, $R = (Q \wedge y = f(5))$

$i, y := 0, 1$	
$i \neq 5$	
	$y := (i+1) * y$
	$i := i + 1$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása - példa

Számoljuk ki 5 faktoriálisának az értékét !
Legyen $k = 1$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H} \to \mathbb{H}$, $t_0 \in \mathbb{H}$ rögzített, $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény : $f(0) = 1$ és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i))$, $f(i+1) = (i+1) * f(i)$, $F(a,b) = a * b$
Határozzuk meg az f függvény $5 \geq 0$ helyen felvett értékét.
$A = (5 : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$, $Q = (5 \geq 0)$, $R = (Q \wedge y = f(5))$

$i, y := 0, 1$
$i \neq 5$
$y := (i+1) * y$
$i := i + 1$

Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása - példa

Számoljuk ki 5 faktoriálisának az értékét !
Legyen $k = 1$, $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{H} \to \mathbb{H}$, $t_0 \in \mathbb{H}$ rögzített, $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{H}$ függvény : $f(0) = 1$ és $\forall i \geq 0 : f(i+1) = F(i+1, f(i))$, $f(i+1) = (i+1) * f(i)$, $F(a, b) = a * b$
Határozzuk meg az f függvény $5 \geq 0$ helyen felvett értékét.
$A = (5 : \mathbb{Z}, y : \mathbb{H})$, $Q = (5 \geq 0)$, $R = (Q \wedge y = f(5))$

$i, y := 0, 1$
$i \neq 5$
$\quad y := (i+1) * y$
$\quad i := i + 1$

Tartalom

Elemenkénti feldolgozás

típus: sorozat

jelölés	értelmezés
<>	üres
x.dom	x hossza
x.lov	x első eleme
x:hiext(y)	x végére fűzi y-t
x:lorem	x első elemét levágja

feladat: egy sorozatból (*a*) egy új sorozat készítése (*c*), amelynek minden elemét egy adott függvény (*f*) szerint "feldolgoztuk".

$c := <>$

$a.dom \neq 0$

$c : hiext(f(a.lov))$

$a : lorem$

Elemenkénti feldolgozás - összefésülés

Feladat :

Két rendezett sorozatot (fájlból) szeretnénk "összefésülni", egy rendezett sorozattá (fájlba).

Megoldás :

- Az első elemeket összehasonlítva, a kisebbik értéket levágjuk és hozzáfűzzük az eredményhez.
- Ha az egyik sorozatnak vége (fájlnak) akkor csak a másikat használjuk.

Elemenkénti feldolgozás - összefésülés

Feladat :

Két rendezett sorozatot (fájlból) szeretnénk "összefésülni", egy rendezett sorozattá (fájlba).

Megoldás :

- Az első elemeket összehasonlítva, a kisebbik értéket levágjuk és hozzáfűzzük az eredményhez.
- Ha az egyik sorozatnak vége (fájlnak) akkor csak a másikat használjuk.

Elemenkénti feldolgozás - összefésülés

<table>
<tr><td colspan="4">$c := <>$</td></tr>
<tr><td colspan="4">$a.dom \neq 0 \vee b.dom \neq 0$</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>$(a.dom \neq 0 \wedge b.dom \neq 0 \wedge a.lov < b.lov) \vee b.dom = 0$</td><td>$a.dom \neq 0 \wedge b.dom \neq 0 \wedge a.lov = b.lov$</td><td>$(a.dom \neq 0 \wedge b.dom \neq 0 \wedge a.lov > b.lov) \vee a.dom = 0$</td></tr>
<tr><td>$c : hiext(f(a.lov))$
$a : lorem$</td><td>$c : hiext(f(a.lov))$
$a : lorem$
$b : lorem$</td><td>$c : hiext(f(b.lov))$
$b : lorem$</td></tr>
</table>

x.dom	x hossza	x.lov	x első eleme
x:hiext(y)	x végére fűzi y-t	x:lorem	x első elemét levágja

Tartalom

további "programozási tételek"

- logaritmikus keresés
- visszalépéses keresés
- elemenkénti feldolgozás(ok)
- ...

Összefoglalás

- Összegzés
- Számlálás
- Feltételes maximumkeresés
- Lineáris keresés
- Lineáris keresés intervallumon
- Rekurzív formulával adott függvény kiszámítása
- további "programozási tételek"
  - logaritmikus keresés
  - visszalépéses keresés
  - elemenkénti feldolgozás
  - ...